

### (3 ≠ 4)

Discours entre groupes et foules

le 2 avril 2007

(Version n°6 cette version annule les précédentes pour le texte et pour l'annexe, ici manque l'annexe.)

Dans ce texte, un discours est un lien social. Cela signifie qu'un discours est défini par des coordonnées pratiques concernant l'objet, coordonnées de lieu (espace et topos), de nombres (temps, monnaies), de lettres (textes, paroles travaillées par l'écriture).

Lors de ses croisements politiques les uns parlent à d'autres et aussi des autres. Cette parole dépend de la fonction donnée à certains éléments premiers.

Ces éléments ainsi mis en fonctions constituent l'intention de chaque discours.

Alors, curieusement, émanent nécessairement, de chacun d'eux, des textes qui les constituent pour l'extérieur et le futur, donnant matière aux archives. Lorsqu'ils tombent en désuétude, soit par exténuation, soit du fait de la disposition de leurs tenants, leurs significations, ce que les étrangers ne peuvent pas comprendre, même du temps de leur exercice, se perdent de façon irrémédiable. Ceci produit l'embarras des disciplines de l'histoire.

Le produit signifiant, réalisé comme alluvions, un dépôt écrit dans sa présentation externe, peut être, par là, perfectionné, jusqu'à devenir mathématique l'extrême, c'est à dire permanent, stable dans le silence qui n'est plus une expérience dogmatique simpliste.

#### Positions

Il y a quatre discours fondamentaux, dont Lacan a proposé le calcul<sup>1</sup>.

Les éléments sont dès lors réductibles au signifiant maître, noté : S<sub>1</sub>, au savoir : S<sub>2</sub>, au sujet divisé freudien : \$ et à l'objet a, ils sont mis en fonction d'agent, de vérité, d'autre et de produit qui sont thématiques comme des places occupées par ces notations, par ces lettres. Dans chaque discours, la place de l'objet a est dite "plus de jouir"<sup>2</sup>, la place du \$ est celle de l'enseignant<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> J.Lacan *L'envers de la psychanalyse* (Le séminaire livre XVII) 1969-1970, Seuil, Paris, 1991. "Radiophonie" et "Allocution sur l'enseignement" (1970) Scilicet n°2-3 Seuil, Paris, 1970 repris dans *Écrits*, second volume dit "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

<sup>2</sup> J.Lacan *La troisième* il s'agit de la troisième intervention de Lacan à Rome, après *Le discours de Rome* (1953) et *La raison d'un échec* (1967) cet écrits reste inédit parmi les *Écrits* de Lacan qui a déclaré, à son propos, dans exposé parlé qu'il en a fait à Rome en 1974 : "Ce que je vais vous dire, c'est écrit!". D'où l'ironie de la situation du fait des deux gendres de la psychanalyse (l'un du prophète : Ali, l'autre de Lacan lui-même, les connaisseurs apprécieront) qui ont été, chacun à sa place, institués éditeurs des séminaires parlés par Lacan. Tâche impossible qu'il fallait bien confier à deux concurrents acharnés et furieux pour obtenir qu'il en reste quelques traces.

<sup>3</sup> J. Lacan *Allocution sur l'enseignement* dans Scilicet n°2-3 Seuil, Paris, 1970 repris dans *Écrits* p.297 à 305 du second volume dits "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

Les quatre discours fondamentaux sont : le discours du maître, le discours de l'hystérique, le discours de l'université; le discours de l'analyste.

Il y a en plus un cinquième discours, le discours du Capitalisme scientifique.

Chaque discours est thématique par un quadripode, c'est à dire la distribution des quatre lettres notant les éléments premiers dans l'algèbre de Lacan, en quatre places nommées par les fonctions que les éléments premiers remplissent ou si l'on préfère assurent dans chacun des discours.

Voici leur quadripodes respectifs :

$$\begin{array}{cc}
 M & U \\
 \underline{S}_1 \rightarrow \underline{S}_2 & \underline{S}_2 \rightarrow a \\
 \$ & a \quad S_1 \quad \$
 \end{array}$$
  

$$\begin{array}{cc}
 H & A \\
 \underline{\$} \rightarrow \underline{S}_1 & \underline{a} \rightarrow \underline{\$} \\
 a & S_2 \quad S_2 \quad S_1
 \end{array}$$

La formule du discours du maître, c'est la formule de la métaphore, tant le signifiant, la structure du langage, est d'abord impératif<sup>4</sup>.

Le discours de l'analyse, le dernier en date à faire son apparition, est formulé à l'envers du premier discours gouvernant les autres.

Deux quarts de tour valent pour un demi tour, soit la moitié d'un tour complet. Il faut dire que les quadripodes des discours fondamentaux se correspondent par une permutation circulaire élémentaire si nous les lisons dans un certain ordre. Cette permutation circulaire élémentaire, c'est le quart de tour.

Le discours de l'analyse réverbère, réfracte - par la décomposition qu'il effectue de la métaphore en son effet de semblant - répercute, réfléchit leur réel aux autres discours, ce qui leur rend le discours de l'analyse difficilement tolérable.

Le réel en question est une impossibilité, à gouverner, à éduquer, à guérir comme le veut l'hystérique. A analyser, c'est à dire à terminer son analyse pour ce dernier discours.

Nous allons maintenant montrer comment se formule cet impossible dans la structure quadripodique des discours et plus loin démontrer sa nécessité en termes arithmétiques.

#### le problème.

Lacan formule dans son séminaire l'impossible des discours - dont il pointe le réel lors d'une réponse<sup>5</sup> qu'il donne aux questions d'un journaliste de TSF. Dans le séminaire il le dit ainsi:

<sup>4</sup> L'ensemble de nos travaux de topologie traite de cette question à partir de ce fait de parole toujours éludé, l'abord impératif du signifiant du côté des oreilles. Nous prenons appui sur la conception sémantique de la vérité de Tarski pour engager dans cette voie la lecture de Freud de telle manière que, curieusement, nous retrouvons les indications de Lacan introduisant dans le discours analytique la dimension de la parole, de l'énonciation, du fait de dire, et par là de la signification, de l'instance de la lettre, du sujet ...

"Indépendamment de cette place que je vous suggérerais pouvoir être celle qui nous intéresse, essayez, dans chacune de ces - appelons-les ainsi - figures du discours, de vous obliger simplement à choisir une place différente, définie en fonction des termes *en haut, en bas, à droite, à gauche*. Vous n'arriverez pas, quelle que soit la façon dont vous vous y prenez, à ce que chacune de ces places soit occupée par une lettre différente." *L'avers de la psychanalyse* p.49

Effectuons ce choix d'une place pour chaque discours en deux cas qui serviront d'exemples afin que l'on puisse suivre leur généralisation à tous les cas, en vue de la démonstration.

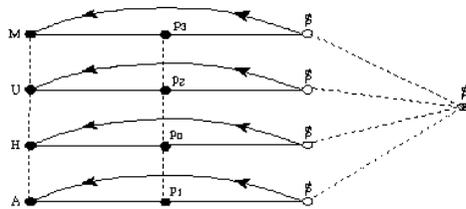
Définissons les places en fonction des couples (*en haut, en bas*) et (*à droite, à gauche*), il y a quatre places  $p_i$  avec  $i \in \{0,1,2,3\}$  et leur positions respectives.

$p_0 \rightarrow p_1$   
 $p_3 \quad p_2$

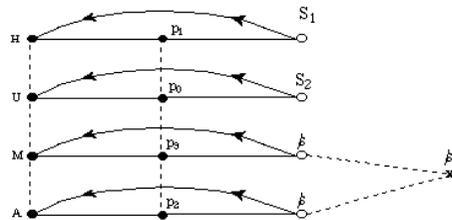
avec par conséquent

$p_0 = \text{en haut à gauche.}, \quad p_1 = \text{en haut à droite,}$   
 $p_3 = \text{en bas à gauche,} \quad p_2 = \text{en bas à droite.}$

Il se trouve que dans le premier exemple tous les discours sont mis en correspondance, par ce procédé, avec une seule et même lettre.



Dans le second, seuls deux discours correspondent à une même lettre.



<sup>5</sup> J.Lacan "Radiophonie" Question VII, dans Scilicet n°2-3 Seuil, Paris, 1970 repris dans Écrits p.444 à 446 du second volume dits "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

Mais jamais nous ne trouvons une lettre différente en chacune de ces places d'extrémités.

Les lecteurs de Freud peuvent avoir remarqué que nous obtenons une disposition comparable au schéma qu'il trace au chapitre huit de son essai<sup>6</sup>, de 1921, traitant de la structure du moi et de l'analyse des foules.

Puis Lacan poursuit dans le séminaire déjà cité:

"Essayer, en sens contraire, de vous donner comme condition du jeu de choisir dans chacune de ces quatre formules une lettre différente. Vous n'arriverez pas à ce que chacune de ces lettres occupe une place différente."

*L'avers de la psychanalyse* p.49

C'est dans ces termes littéraux que nous formulerons ce problème dont la solution se condense dans le *petit théorème* qui porte sur des combinaisons finies de quatre éléments. Nous le traduirons en un théorème d'arithmétique finitiste.

Alors nous chercherons à l'étendre à  $n$ , un nombre entier non nul quelconque,  $n \in \mathbb{N}$ , en le généralisant dans sa version arithmétique, ou plus précisément, en théorie algébrique des nombres, pour conjecturer un **Premier théorème** dont le **petit théorème** ne serait qu'un cas particulier, dans le cas où  $n = 4$ .

Mais ce premier théorème a une réciproque qu'il est tentant de démontrer pour la faire entrer dans une conjecture plus forte qui, si elle est ainsi prouvée, donnera lieu au théorème majeur qui va nous occuper dans la suite de ce texte (voir être démontré en Annexe).

Commençons par la formulation améliorée en langue de notre problème et de sa solution.

### 1. Formulation littérale des positions et des discours

Notons l'ensemble des nombres qui vont nous servir d'indices  $[4] = \{0,1,2,3\}$

#### les places:

Nous définissons l'ensemble  $P_4$  des places  $p_i$  avec  $i \in [4]$  et leur position respective.

$p_0 \rightarrow p_1$   
 $p_3 \quad p_2$

Plus tard<sup>7</sup> Lacan désignera ces places comme nous l'avons rappelé plus haut :  $p_0 =$  la place de l'agent,  $p_3 =$  la place de la vérité,

<sup>6</sup> S. Freud "Analyse du moi et psychologie des foules" (1921) trad. franç. dans *Essais de psychanalyse* Payot, 1981 Paris.

<sup>7</sup> J.Lacan "Radiophonie" Scilicet n°2- 3 Seuil, Paris, 1970 repris dans Écrits, second volume dit "Autres écrits", Seuil, Paris, 2002.

$p_1$  = la place de l'autre,  $p_2$  = la place du produit de chacun des discours

**les lettres:**

Nous définissons l'ensemble  $L_4$  des lettres  $l_j$  avec  $j \in [4]$  :

$$l_0 = S_1, \quad l_1 = S_2, \quad l_3 = S, \quad l_4 = a$$

**Une permutation circulaire élémentaire**

Nous définissons une première application bijective, notée  $\gamma$ , de l'ensemble  $P_4$  des places sur lui-même.

$$\gamma : P_4 \rightarrow P_4$$

telle que

$$\gamma(p_i) = p_{i+1}$$

ainsi

$$\gamma^k(p_i) = p_{i+k}$$

par répétition avec  $k \in [4]$ .

**les discours:**

L'ensemble des discours  $D_4$  peut être défini au moyen de la permutation  $\gamma$  que nous venons de définir à partir de l'un d'entre eux,  $d_0$  en l'occurrence, comme l'ensemble de ces quatre applications  $d_k$  de l'ensemble  $L$  des lettres sur l'ensemble  $P_4$  des places, soit:

$$d_k : L_4 \rightarrow P_4$$

telles que:

$$d_0(l_j) = p_j \text{ et } d_k = \gamma^k \circ d_0$$

où

$$d_k(l_j) = \gamma^k(d_0(l_j))$$

grâce à la composition facile à concevoir telle qu'elle est rendue par le diagramme suivant

$$d_k : L_4 \xrightarrow{\gamma^k} P_4 \xrightarrow{d_0} P_4$$

Si le lecteur veut bien se reporter à la définition des  $\gamma^k$ , par un simple calcul, il peut mettre à l'épreuve que

$$d_k(l_j) = p_{j+k}$$

et compte tenu des premiers repérages des places et des lettres, il pourra vérifier pour s'exercer lui-même à ce type de notation indexées<sup>8</sup> que nous disposons de la répartition suivante :

<sup>8</sup> Ces notations indexées sont obtenues grâce à des mathèmes  $l_i (i \in [4])$ ,  $p_j (j \in [4])$  et  $d_k (k \in [4])$  qui rendent très sûre leur emplois dans l'écriture du fait de leur *effectivité (wirklichkeit)* dans le langage en respectant sa structure caractérisée par l'absence de métalangage.

$d_0 = M$ , le discours du maître  $d_1 = U$ , le discours de l'université  $d_3 = H$ , le discours de l'hystérique  $d_2 = A$ , le discours de l'analyse

**2. Formulation littérale du problème de l'impossible, dit le réel, des discours**

1. Nous partons d'une bijection  $\phi$  des discours  $D_4$  vers les lettres  $L_4$ .

$$\phi : D_4 \rightarrow L_4$$

telle que  $\phi(d_i) \in L_4$  soit  $l_j$  cette lettre correspondant à  $d_i$  où  $j$  dépend du choix de  $\phi$ , ainsi

$$\phi(d_i) = l_j$$

celle-ci est bien une application de  $D_4$  dans  $L_4$ , mais nous suspectons ici facilement qu'elle est associée à une bijection arithmétique de  $[4]$  dans lui-même.

2. Puis nous faisons correspondre à chacune des lettres images  $l_j = \phi(d_i)$  leur place respective dans le discours  $d_j$  lui-même, dont chacune est l'image par  $\phi$ , car les  $d_j$  sont des applications

$$d_j : L_4 \rightarrow P_4$$

ainsi la composition pour un élément quelconque

$$\begin{array}{ccc} \phi & d_i & \\ d_i \rightarrow & l_j & \rightarrow p_{j+i} \end{array}$$

---

Il sont de véritables mathèmes, produit par la *théorie des ensembles* Zermelo-Fraenkel comme ne peuvent l'être que les seules véritables mathèmes, nommés usuellement "famille d'ensembles", - il étaient déjà ainsi nommés par les classiques (du XVII<sup>e</sup> au XIX<sup>e</sup>) alors que les mathématiciens ne savaient pas encore, mais le savent-ils aujourd'hui, ce qu'ils faisaient -, notée  $a_i (i \in I)$  [voir J.L. Krivine *Théorie axiomatique des ensembles* p. 17 nouvelle édition augmentée]. Une telle famille est une application (morphisme de la *théorie des ensembles* et par conséquent elle n'est pas une vague correspondance, ceci produira son emploi assuré à la lettre près) ce qu'écrit le graphème suivant

$$a : I \rightarrow A$$

telle que à chaque  $i \in I$  correspond un élément de l'ensemble  $A$  noté  $a(i)$  soit  $a_i \in A$  d'où l'écriture de cette fonction

$$a_i (i \in I)$$

qui insiste sur la famille formée par le sous ensemble de ses images dans  $A$ .

Nous obtenons de cette manière pour l'identité "id." dans  $[4]$  l'écriture du discours  $d_0 = p \circ \text{id} \circ l^{-1}$  et pour le  $n$ -cycle canonique  $c_0$  sur  $[4]$  donné par  $c_0(j) = j+1$  l'écriture de la permutation circulaire  $\gamma = p \circ c_0 \circ p^{-1}$  soit les diagrammes commutatifs suivants :

$$\begin{array}{ccc} \text{id} : [4] \rightarrow [4] & & c_0 : [4] \rightarrow [4] \\ \downarrow \text{id} & & \downarrow p \\ d_0 : L_4 \rightarrow P_4 & & \gamma : P_4 \rightarrow P_4 \end{array}$$

et leurs diverses compositions  $d_k = \gamma^k \circ d_0 = p \circ c_0^k \circ p^{-1} \circ p \circ \text{id} \circ l^{-1} = p \circ c_0^k \circ l^{-1}$  pour écrire les discours. Inversement  $c_0^k = p^{-1} \circ d_k \circ l$  qui nous permet de transformer les permutations des quatre discours et leur réel (ce qui vient maintenant dans ce qui suit, pour une quelconque bijection  $\phi : D_4 \rightarrow L_4$  impossible que  $\psi : D_4 \rightarrow P_4$  telle que

$$\psi(d_k) = d_k(\phi(d_k))$$

soit une bijection) en des questions d'arithmétique, ici dans l'ensemble  $[4]$ , afin de les étendre à  $[n] n \in \mathbb{N}$ .

mais il ne s'agit pas de la composition, disons : *globale*, bien définie des applications  $\phi$  et  $d_i$  comme cela se fait d'un geste courant en algèbre, car ici le discours  $d_i$  change de manière, disons : *locale*, à chaque fois que change l'élément de départ du côté de la source de  $\phi$ .

3. Nous définissons ainsi une application  $\psi$  entre l'ensemble des discours  $D_4$  et l'ensemble des places  $P_4$ .

$$\psi : D_4 \rightarrow P_4$$

telle que<sup>9</sup> :

$$\psi(d_i) = d_i(\phi(d_i))$$

Il s'agit alors de démontrer dans ces conditions qu'aucune application  $\psi$ , quelque soit la bijection  $\phi$  choisie, ne peut pas être une bijection<sup>10</sup>. D'où le :

**Petit théorème :** *Pour toute bijection  $\phi$*

$$\phi : D_4 \rightarrow L_4,$$

*qui fait correspondre à  $d_i$  élément de  $D_4$ ,  $\phi(d_i)$  élément de  $L_4$ , sachant que  $d_i$  est elle même une application*

$$d_i : L_4 \rightarrow P_4$$

*qui fait correspondre à  $l_i$ , élément de  $L_4$ ,  $d_i(l_i)$ , élément de  $P_4$ , l'application  $\psi : D_4 \rightarrow P_4$ , bien définie par l'expression  $\psi(d_i) = d_i(\phi(d_i))$  qui fait correspondre à  $\phi(d_i)$ , élément de  $L_4$ ,  $\psi(d_i)$ , élément de  $P_4$ , n'est pas une bijection.*

Ou plus succinctement si nous avons pris soin de noter les définitions préalables des objets et des flèches dont nous traitons,

**Petit théorème:** *Pour toute bijection  $\phi$*

$$\phi : D_4 \rightarrow L_4,$$

*l'application  $\psi : D_4 \rightarrow P_4$ , bien définie par l'expression  $\psi(d_i) = d_i(\phi(d_i))$ , n'est pas une bijection.*

### 3. Généralisations arithmétiques du réel des discours et du théorème qui l'établi

<sup>9</sup> Il est à noter que dans ces conditions  $\psi(d_i)$  ne s'écrit pas  $(d_i \circ \phi)(d_i)$ , voici précisément *ce qui peut être trompeur et explique qu'un composé de bijections selon ce mode, peut ne pas être bijectif*, puisque une des applications bijectives qui rentre dans la composition change avec l'argument qui lui est soumis. Le mystère, si il y en eut, curiosité tout au moins, est levé, du côté de cette apparition de l'impossible au milieu des bijections qui, de mémoire d'algébriste, se composent si bien entre elles, au point de former un groupe algébrique.

<sup>10</sup> Une application  $\psi$  est une bijection lorsqu'elle est injective et surjective. Une application  $\psi$  est injective si elle vérifie la propriété suivante,

$$\forall x \forall x' (\psi(x) = \psi(x') \Leftrightarrow x = x')$$

ou encore dans un ensemble muni d'une structure algébrique additive,

$$\forall x \forall x' (\psi(x) - \psi(x') = 0 \Leftrightarrow x - x' = 0)$$

Nous pouvons considérer le même problème lorsque le nombre  $n$  des multipodes, des lettres et des places, est quelconque. Notons la section commençante des entiers jusqu'au nombre  $(n-1)$  :  $[n] = \{0, 1, 2, 3, \dots, n-1\}$ .

En remarquant comment

- à chaque bijection  $\phi$  entre discours et lettres, correspond une bijection  $\varphi$  de l'ensemble  $[n]$  en lui-même, telle que  $\varphi(i) = j$ .

- à chaque discours - soit des bijections  $d_i$  entre lettres et places, dont l'ensemble est stable par répétition d'une permutation circulaire élémentaire - correspond aussi une bijection  $c_i$  de l'ensemble  $[n]$  en lui-même telle que  $c_i(j) = j+i$ .

- à chaque application  $\psi$  entre discours et places, déjà construite à partir de chaque  $\phi$  et des  $d_i$  telle que  $\psi(d_i) = d_i(\phi(d_i))$ , correspond une application  $g$  de l'ensemble  $[n]$  en lui-même telle que  $g(i) = c_i(\varphi(i)) = \varphi(i)+i$  que nous noterons  $g = (\varphi + id.)$ .

Ainsi, nous pourrions transformer ce problème en une question d'arithmétique et le *petit théorème*, portant sur l'impossible des discours, en un premier théorème d'arithmétique que nous démontrerons dans l'annexe à ce texte. A partir de là nous proposons une conjecture plus forte que ce premier théorème qui si elle donne lieu à une démonstration, deviendra le théorème majeur traitant de l'impossible qui apparaît dans la ronde des éléments des groupes de substitutions  $S_n$  d'ordre paire.

Sachant qu'une permutation  $\varphi$  de l'ensemble  $[n]$  en lui-même est une bijection et que nous notons  $S_n$  l'ensemble de ces bijections qui se composent entre elles, qui est aussi connu comme le groupe symétrique des substitutions d'ordre  $n$ .

Ainsi, notre :

**Petit théorème** (version arithmétique) : *Pour toute permutation  $\varphi \in S_4$ ,  $\varphi : [4] \rightarrow [4]$ , l'application  $g : [4] \rightarrow [4]$ , bien définie par l'expression  $g(x) = \varphi(x) + x$ , n'est pas une permutation.*

Nous ne démontrons pas ce petit théorème car le lecteur peut le faire lui-même de manière exhaustive, il suffit d'entreprendre avec méthode une exploration de tous les cas dans cette situation finie du fait de  $n = 4$  où  $S_4$  est de cardinal 24.

Nous passons à notre première conjecture qui généralise ce théorème, généralisation qui réclame une démonstration pour devenir un théorème.

**Conjecture faible :** Pour tout entier  $n$  et toute permutation  $\varphi \in S_n$ , il faut que  $n$  soit pair pour que l'application  $g : [n] \rightarrow [n]$ , définie par l'expression  $g(x) = \varphi(x) + x$ , ne soit pas une permutation.

Cette conjecture énonce une condition nécessaire mais elle a une réciproque que nous pouvons lui associer et que nous chercherons aussi à démontrer pour former notre :

**Conjecture la plus forte :** Pour tout entier  $n$  et toute permutation  $\varphi \in S_n$ , il faut et il suffit que  $n$  soit pair pour que l'application  $g : [n] \rightarrow [n]$ , définie par l'expression  $g(x) = \varphi(x) + x$ , ne soit pas une permutation.

Mais de ces deux conditions, dites nécessaire (il faut) pour l'une et suffisante (il suffit) pour l'autre, nous pouvons mieux les distinguer et donner une formulation propre à chacune.

#### Analyse logique de la conjecture

Reprenons avec la formulation plus stricte de cette conjecture la plus forte en logique de l'arithmétique, sans chercher à expliciter encore le prédicat algébrique "X est bijective" et sa négation "X n'est pas bijective" (voir déjà pour le lecteur pressé la note 8 cidessus). Ainsi,

#### La conjecture :

$$\forall n \exists k \forall \varphi [ (n = 2k) \Leftrightarrow ((\varphi \in S_n) \Rightarrow \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ est non bijective"})]$$

présente la forme logique

$$\forall n [ p \Leftrightarrow q ]$$

qui abrège

$$\forall n [ (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) ]$$

or, en vertu de la loi de contraposition

$$((q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q))$$

nous obtenons l'expression plus explicite de la même thèse à démontrer sous cet aspect,

$$\forall n [ (p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow \neg q) ].$$

Soit, pour nous, plus précisément la conjonction de deux thèses

$$\forall n [ (a) \wedge (a') ]$$

qui décomposent et recomposent notre conjecture forte en deux propositions

$$(a) : ( \exists k (n = 2k) \Rightarrow \forall \varphi [(\varphi \in S_n) \Rightarrow \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas injective"}] )$$

$$(a') ( \exists k (n = 2k+1) \Rightarrow \exists \varphi [(\varphi \in S_n) \wedge \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ est injective"}] )$$

Rappelons encore pour le lecteur débutant ou inattentif que malgré la logique de l'arithmétique, celle-ci ne mérite pas une pratique stupide et automatique des graphèmes,

mais donne lieu au contraire à une réflexion qui voit les nuances argumentatives nécessaires. Par exemple ici :

1. La proposition : "n est paire", que nous rendons par l'expression d'arithmétique  
 $( \exists k (n = 2k) )$

et dont la négation se dit "n n'est pas paire" ce qui nous vaudra de la faire précéder du signe de la négation ( $\neg$  "n est paire") dans une écriture pleine de mixage ou du terme de la langue : (non "n est paire"), peut donc s'écrire

$$\forall k (n \neq 2k)$$

se dit aussi bien dans l'ensemble N "n est impaire" auquel cas s'écrit en vertu des lois de l'arithmétique

$$\exists k (n = 2k + 1).$$

2. Les propositions d'aspect catégorique, soit dit en passant, qui écrivent les secondes parties de chaque condition (a) et (a') sont bien les négations l'une de l'autre du fait de la loi logique qu'il vous faut peut être encore étudier, qui énonce

$$\neg \forall x [ P(x) \Rightarrow Q(x) ] \Leftrightarrow \exists x [ P(x) \wedge \neg Q(x) ]$$

en vertu de la dualité des quantificateurs universel et existentiel et de la thèse du calcul des propositions

$$(\neg (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q))$$

ou des classes

$$(\neg [ P(x) \Rightarrow Q(x) ] \Leftrightarrow [ P(x) \wedge \neg Q(x) ]).$$

#### La conjecture (version logique) :

$$\forall n [ \exists k (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow ((n = 2k) \Rightarrow \forall \varphi [(\varphi \in S_n) \Rightarrow \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas bijective"}]) \wedge ( \exists k (n = 2k+1) \Rightarrow \exists \varphi [(\varphi \in S_n) \wedge \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ est bijective"}] ) ]$$

où persiste, nous le rappelons, de manière non explicite le prédicat "X est bijective" et sa négation qui relèvent de l'algèbre et que nous préciserons en annexe à l'occasion de la démonstration.

Nous en dégageons les deux énoncés

$$(1) \quad \forall n ( \exists k (n = 2k) \Rightarrow \forall \varphi [(\varphi \in S_n) \Rightarrow \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas bijective"}] )$$

$$(2) \quad \forall n ( \exists k (n = 2k+1) \Rightarrow \exists \varphi [(\varphi \in S_n) \wedge \text{"}(\varphi + \text{id.}) \text{ est bijective"}] )$$

D'où la nouvelle formulation de la

#### Conjecture (version plus explicite formulée dans la langue) :

Si  $n$  est un nombre entier non nul,  $\varphi$  une permutation de  $S_n$  et l'application

$$g : [n] \rightarrow [n]$$

est définie par l'expression  $g(x) = \varphi(x) + x$  :

(1) Si  $n$  est paire, alors pour toute permutation  $\varphi \in S_n$ ,  $g$  n'est pas une permutation

et

(2) si  $n$  est impaire, alors il existe une permutation  $\varphi \in S_n$  tel que  $g$  est elle-même

une permutation.

La partie (1) dans cette nouvelle formulation de la conjecture la plus forte implique le petit théorème de l'impossible des discours selon Lacan, tel qu'il l'a donné dans le cas particulier où  $n = 4$ .

En effet,

(1)  $(\exists k(n = 2k) \Rightarrow \forall \varphi [( \varphi \in S_n) \Rightarrow "( \varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas injective}"] )$

implique le petit théorème, car

$$\forall n(\exists k(n = 2k) \Rightarrow q) \Rightarrow (n = 4) \Rightarrow q,$$

et de cette manière, la version plus stricte en logique du petit théorème est encore plus lapidaire

**Le petit théorème** (version logique et arithmétique) :

$$(1'') \quad [ (n = 4) \Rightarrow \forall \varphi [( \varphi \in S_4) \Rightarrow "( \varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas injective}"] ]$$

Pour l'instant nous ne faisons que remarquer l'implication  $(1) \Rightarrow (1'')$ . Pour les lecteurs qui auraient encore quelques difficultés avec ces transcriptions d'énoncés équivalents ou réciproques entre eux, ceci se lit très bien, si on veut bien apprendre à lire ce type d'énoncés, dans la version de la logique de l'arithmétique mise au point et bien connue depuis Frege.

*Fin de l'analyse de la conjecture.*

*Pour disposer d'un texte de logique ou de mathématique un petit peu conséquent, l'une ou l'autre des deux propositions qui forment notre conjecture doivent au moins être démontrée!*

Si les deux sont démontrés nous pourrions transformer la conjecture la plus forte en notre théorème majeur<sup>11</sup> qui généralise et précise le réel des discours :

**Le Théorème majeur ou théorème de Lacan:**

*Pour tout entier n et toute permutation  $\varphi \in S_n$ , il faut et il suffit que n soit pair pour que l'application  $g : [n] \rightarrow [n]$ , définie par l'expression  $g(x) = \varphi(x) + x$ , ne soit pas une permutation.*

En formule :

$$\forall n [ \exists k(n = 2k) \Leftrightarrow \forall \varphi [( \varphi \in S_n) \Rightarrow "( \varphi + \text{id.}) \text{ n'est pas injective}"] ]$$

<sup>11</sup> Où il se vérifie que les méthodes de lecture enseignées par l'École normale de la République en France sont les meilleurs du monde puisque, ici, un de ses anciens élèves a sus noter, sans doute juste un peu à côté, que cette petite algèbre combinatoire des discours été bien la seule occasion où Lacan s'est approché si près de la formulation d'un théorème donnant lieu à une démonstration, mathématique par conséquent. Bien sûr, notre brillant élève se trompe lorsqu'il dit que c'est là le seul véritable mathème de Lacan.

Ceci est faux, car sans aller jusqu'à formuler un quasi théorème comme ici, il est d'autres lieux où Lacan construit du mathème et donne l'occasion de théorème si nous prolongeons ses indications jusqu'à les effectuer comme geste mathématiques, actes d'écrits effectifs.

Mais cette légère erreur n'est pas étonnante de la part de quelqu'un qui répète bêtement ce que Herbrand écrit, dès la première page de sa thèse, que *de sont point de vu* les mathématiques lui paraissent comme une sténographie. C'est dire que pour ce type de démonstrations il est judicieux de les considérer ainsi, mais que, de là, aller à les considérer uniquement sous ce jour comme n'étant après tout qu'une sténographie, c'est vraiment faire preuve d'une goujaterie indigne, aussi stupide que celle des psy en matière d'œuvres d'art quand ils veulent faire le psychologue ou le docteur. Nous soulignons cette restriction car Herbrand est comme Gödel qui emploie le même procédé pour démontrer son célèbre théorème, un grand mathématicien et notre brillant élève se conduit cette fois comme un nain qui se place sur les épaules de géants. Lacan est un géant de la Logique et des mathématiques malgré ce qu'il en dit car il ne veut pas l'être et la psychanalyse n'est pas une science pour autant. Le discours analytique achève le discours de la science Capitale de manière extrinsèque en produisant sa raison.

Il reste à formuler les deux démonstrations respectives des deux propositions qui constituent le théorème majeur de Lacan. Nous les démontrons dans l'annexe qui accompagne ce texte.

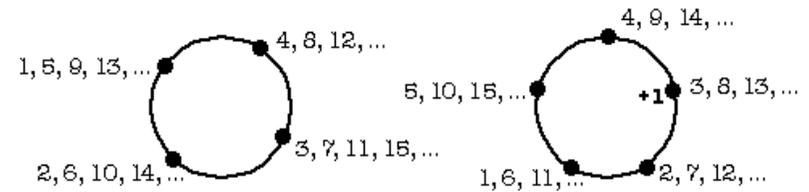
#### 4. Un supplément à la théorie des discours (3 ≠ 4)

##### ou la fonction du plus-un dans les groupes selon Lacan (de 1956 à 1970)

Nous renvoyons maintenant à une remarque et à une réflexion de Lacan dans un écrit<sup>12</sup> de 1956, dont il dit lui-même qu'elles ne sauraient passer pour anecdotiques du fait qu'il en parle déjà dans sa thèse de médecine en 1932.

Il s'agit, à l'occasion, d'une référence à P.Valéry à propos de ce que celui-ci appelle les professions délirantes, de remarquer comment dans un ensemble d'éléments en nombre pair, deux moitiés peuvent se justifier de se trouver déterminer et d'y trouver le loisir alors d'avoir la prétention ou de se réjouir, comme l'écrivait déjà A. Gide<sup>13</sup> de le traduire assez librement du latin, d'être impaire.

A disposer ces éléments paires en cercle, puis à les numéroté successivement, d'où que l'on parte, une moitié sera toujours indexée, de manière constante, par des chiffres pairs et l'autre moitié par des chiffres impairs

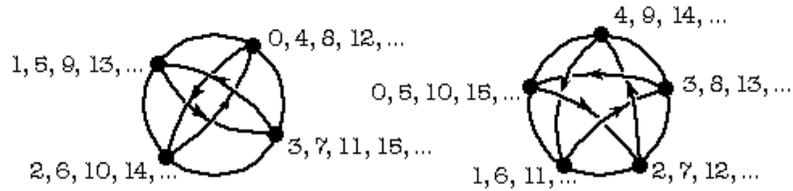


Ajouter un élément en plus, le fameux un-en-plus ou plus un, et l'ensemble se trouve homogénéisé du fait que chaque élément est alors indexé, alternativement, par des chiffres pairs et impairs. Aucune moitié ne se dessine pouvant revendiquer d'être impaire de ce fait ou inversement paire afin de rejeter l'autre moitié ce qui reste la base de toute ségrégation.

C'est exactement sur ce même principe, selon ce fait, montré ici dans une présentation géométrique, que se fonde la démonstration du théorème de Lacan. Pour s'en convaincre le lecteur peut observer l'orbite de la fonction  $h(x) = 2x$  dans ces deux types d'ensembles dont la parité diffère comme dans la présentation précédente.

<sup>12</sup> J.Lacan "Situation de la psychanalyse en 1956" Écrits Seuil 1966 Paris.

<sup>13</sup> A. Gide *Traité de la contingence*, il semble d'après nos recherche que cet ouvrage soit devenu Palude.



Où l'on voit que dans les cas pairs seule la moitié de l'ensemble est parcouru, alors que dans les cas impairs, c'est l'ensemble en entier qui est atteint.

**Conclusion.**

Comme quoi, 1956 - 1969, cette réflexion et cette petite structure combinatoire et arithmétique ne sont pas anecdotiques pour Lacan, nous pouvons même être assuré qu'il s'agit d'une préoccupation constante dans le domaine des collectivités, prises en nombre dans leur ensemble formant une foule ou comme base d'un discours. Ceci à partir de deux,  $2 \leq n$ , de la cure donc jusqu'aux organisations les plus vastes.

J.M.Vappereau.  
 Plaisance, du 20 octobre 1993  
 au le 28 septembre 1998, repris en 2007

Ici doit suivre une annexe qui donne la démonstration de la conjecture, devenant ainsi un théorème. Nous ne la donnons pas pour l'instant, tant que cette démonstration n'est pas parfaitement au point.

Le petit théorème est facile à prouver par l'exhaustion des cas. La proposition réciproque par la construction dans le cas impaire d'une telle bijection, à partir de la permutation circulaire élémentaire, ainsi il existe une bijection dans ce cas. reste la proposition directe qui dit qu'il n'existe pas de telle bijection dans les cas paires, à prouver.

Voici l'objet d'un concours. Quiconque propose une démonstration avant que nous ne publions la notre, sera volontiers, si il le souhaite, publié ici, dans cette page de référence accessible parmi tant d'autres.